# 2021 Fall AMC 12B, P24 of 25 (Adaptado)

Doubt Yourself

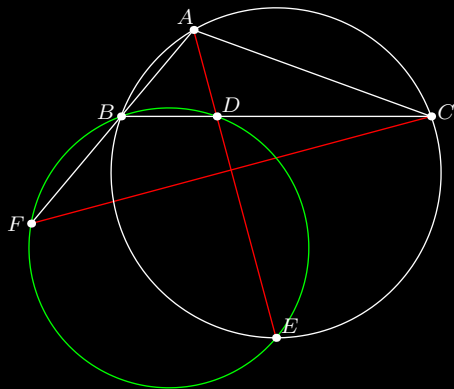
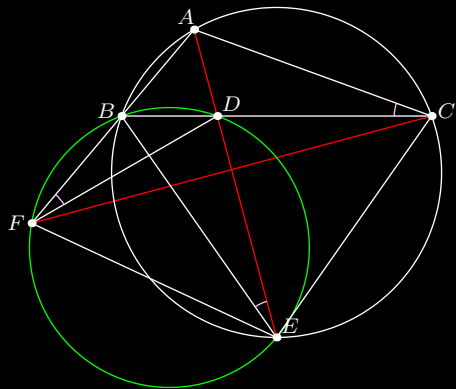
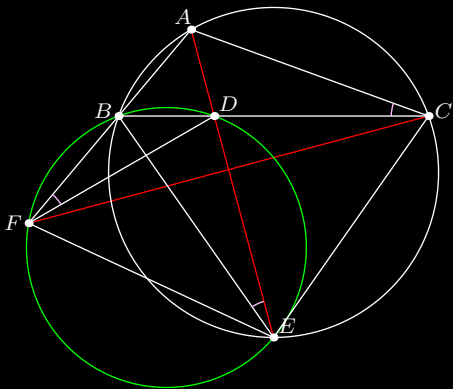
André Pinheiro

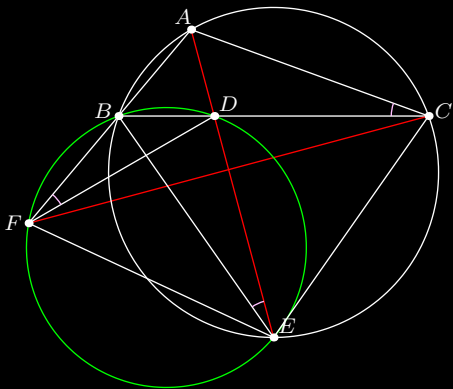
Janeiro de 2024

# 2021 Fall AMC 12B, P24 of 25 (Adaptado)

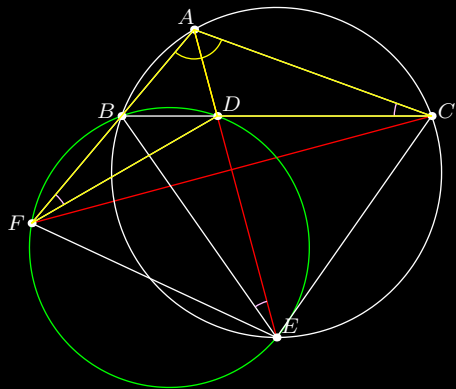
Seja $ABC$ um triângulo obtusângulo no qual $\angle A$ é obtuso. A bissetriz $\angle BAC$ interseta $\overline{BC}$ no ponto $D$, e interseta o circuncírculo de $ABC$ em $E \neq A$. O circuncírculo do $\triangle BED$ interseta a reta $AB$ nos pontos $B$ e $F \neq B$.

Prove que $FC \perp AE$.

A
B
D
C
F
E

O problema envolve circunferências, o que nos motiva a fazer angle chasing.

O problema envolve circunferências, o que nos motiva a fazer angle chasing.

Repare que $\angle ACD = \angle ACB = \angle AEB = \angle DEB = \angle BFD = \angle AFD$

O problema envolve circunferências, o que nos motiva a fazer angle chasing.

Repare que $\angle ACD = \angle ACB = \angle AEB = \angle DEB = \angle BFD = \angle AFD$

Dado que $\angle AFD = \angle ACD$ e $\angle FAD = \angle DAC$, podemos concluir pelo critério ALA que $\triangle ADF \equiv \triangle ADC \Rightarrow AF = AC$.

Ora, dado que $FA = AC$ e $\angle FAD = \angle DAC$, podemos concluir que $\triangle FAC$ é isósceles e $FC \perp AE$. $\blacksquare$